

Háromszögek

Háromszög: A síknak három egyenes szakasszal határolt része. Másképp: A síknak három szakaszból álló záródó törött vonal által határolt része. Három oldalú sokszög. Átlója nincs.

Elnevezések, jelölések:

- 3 csúcs – A, B, C
- 3 oldal – a, b, c
- 3 belső szög – α β χ
- 3 külső szög - α' β' χ'

Minden oldallal szemben vele azonos jelű csúcs és szög helyezkedik el.

Háromszögek csoportosítása:

1) A háromszögek oldalai szerint lehetnek:

- a) **Egyenlő oldalúak (szabályos)**, ha mindhárom oldala egyenlő
 - Minden oldala egyenlő
 - Minden szöge 60°
 - 3 szimmetria tengelye van
- b) **egyenlőszárúak**, ha két oldaluk egyenlő
 - egyenlő oldalakat szárnak, a harmadik oldalt alapnak nevezzük.
 - Alapon fekvő szögei egyenlők
 - Egy szimmetria tengelye van: alap felezőmerőlegese
- c) **általános**, ha mindhárom oldala különböző

2) Szögei szerint lehetnek:

- a) **hegyesszögűek**, ha mind három szögük hegyes
- b) **derékszögűek**, ha az egyik szög derékszög (a derékszöget bezáró oldalak a befogók, a derékszöggel szemben fekvő oldal az átfogó) (csak az egyik szög lehet derékszögű)
- c) **tompaszögűek**, ha az egyik szög tompaszög. (csak az egyik szög lehet tompaszögű)

Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között:

- 1) A belsőszögek összege minden háromszögben 180 fok.
- 2) Külső szögek összege mindig 360° .
- 3) Bármely külső szög egyenlő a nem mellette fekvő két belső szög összegével.
- 4) Bármely belső szög és a mellette fekvő külső szög összege 180°
- 5) Nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van.
- 6) Egyenlő oldalakkal szemben egyenlő szögek vannak.
- 7) Bármely két oldal összege nagyobb a harmadik oldalnál (háromszög egyenlőtlenség)

Szerkesztések alapesetei:

Háromszög szerkesztéséhez 3 adat szükséges. Egyenlő szárú és derékszögű háromszög szerkesztéséhez 2 adat is elég. Szabályos háromszög és egyenlő szárú derékszögű háromszög szerkesztéséhez egy adat is elég.

A háromszög egyértelműen megszerkeszthető, ha adott:

- három oldala
- két oldal és az általuk közbezárt szög
- egy oldal és a rajta fekvő két szög
- két oldal és a nagyobbikkal szemközti szög

Háromszögek nevezetes vonalai és pontjai:

1) **Magasságvonal:** A háromszög egyik csúcsából a vele szemközti oldalra szerkesztett merőleges a háromszög magasságvonala. A magasságvonal csúcs és oldal közé eső szakasza a háromszög magassága.

A három magasságvonal egy pontban metszi egymást, ez a háromszög **magasságpontja**.

Hegyesszögű háromszög esetében a magasságpont a háromszög belsejében van, tompaszögű háromszög esetében a háromszögön kívül, míg derékszögű háromszög esetében a derékszögű csúccsal egybeesik.

2) **Súlyvonal:** A háromszög egyik csúcsát a szemközti oldal felezőpontjával összekötő egyenes a háromszög súlyvonala.

A súlyvonalak a háromszög **súlypontjában** metszik egymást. A súlypont a súlyvonalat $2/1$ arányban osztja.

3) **Háromszögbe írható kör középpontja:** A háromszög szögfelezője az az egyenes, amely valamely belső szögét felezi. A három szögfelező egy pontban metszik egymást, ez a pont a háromszögbe írható kör középpontja. Mindig a háromszögön belül van. A kör sugara a középpont és valamely oldal távolsága.

4) **Háromszög köré írható kör középpontja:** A háromszög oldalfelező merőlegesei egy ponton metszik egymást, ez a pont a háromszög köré írható kör középpontja. A kör sugara a középpont és valamely csúcs távolsága. Hegyesszögű háromszög esetében a középpont a háromszög belsejében van, tompaszögű háromszög esetében a háromszögön kívül, míg derékszögű háromszög esetében az átfogó felezési pontja.

5) **Középvonal:** A háromszög bármely két oldalának felezési pontját összekötő szakasz. + középvonala van a háromszögnek. A középvonal párhuzamos a harmadik oldallal, és fele akkora. A 3 középvonal 4 egybevágó háromszögre bontja az eredeti háromszöget.

Pitagorasz tétel: A derékszögű háromszögben az átfogó négyzete egyenlő a két befogó négyzetének összegével.

Megfordítva: Ha egy háromszögben két oldal négyzetösszege egyenlő a harmadik oldal négyzetével, akkor a háromszög derékszögű.